

## Reassessment of Previous Results from the Study of Elastic Properties of Materials with the Improved Resonant Beam Method

Diyan DIMITROV, Victor CHIRIKOV

Technical University of Varna, Bulgaria,  
e-mails: [dm\\_dimitrov@tu-varna.bg](mailto:dm_dimitrov@tu-varna.bg), [chirikovva@tu-varna.bg](mailto:chirikovva@tu-varna.bg)

### Abstract

The presented paper reassesses the previous research for Young's modulus determination of thin strips from 316L stainless steel before and after low temperature gas nitriding. Similar to the previous experimental setup, the specimens are clamped as a cantilever beam and their natural frequencies are measured. Unlike to the previous experimental data processing, the new technique for simultaneous determination of elastic constants is proposed. New results prove the increase of Young's modulus of the specimens after low temperature nitriding due to formed S-phase in the surface layer. The suggested experimental technique is suitable for determination of Young's modulus and Poisson's ratio of thin specimens.

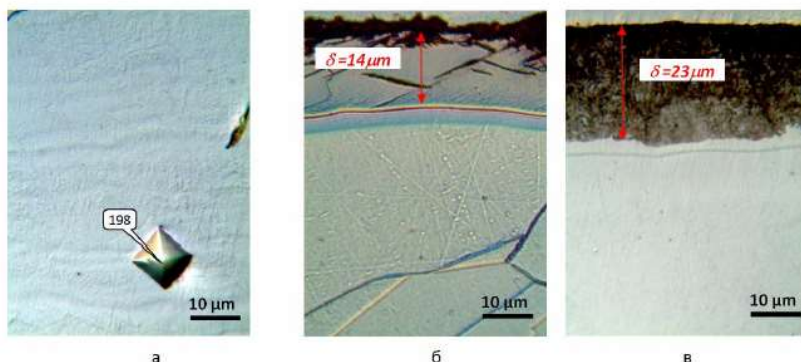
**Keywords:** Young's modulus, austenite stainless steel, resonance beam, universal frequency relationship

## Преценка на предишните резултати от изследването на еластични свойства на материали с усъвършенствания метод на резонансна греда

Диян ДИМИТРОВ, Виктор ЧИРИКОВ

### 1. Въведение

В предишно изследване [1] са дадени резултати за модула на еластичност на неръждаема аустенитна стомана AISI 316L след газово азотиране. Използвани са изрязани от листов материал образци с дебелина 1.2mm 316L. Част от образците са подложени на газово азотиране в среда от  $\text{NH}_3 + \text{CO}_2$  при температури 450 и 510°C. Принципната разлика в получените повърхностни слоеве може да се види на фиг. 1. При температура 450°C се формира слой от силно преситен с азот аустенит (S-фаза), докато при надевтектоидната температура 510°C имаме слой с нитридни отделения в аустенитната матрица.



Фиг. 1 Микроструктура и дебелина на слоя на аустенитна стомана AISI 316L [1]  
а – нетермообработена; б – след азотиране 450°C; в – след азотиране 510°C.

По метода на наноиндентацията са получени резултати за модула на еластичност в повърхностния слой, табл. 1. Вижда се, че в азотираните образци се регистрират високи стойности за модула на еластичност в азотирания слой.

С цел установяване на влиянието на слоя върху еластичното поведение на образеца е проведен експеримент за определяне на собствената честота на фундаменталната форма на напречните трептения, като образецът е запънат в единия му край (конзолно закрепване), а честотата на трептенията е измерена чрез безконтактен вихротоков сензор. След прецизно измерване на размерите и определянето на плътността по архимедов метод, модулет на еластичност е пресметнат съгласно опростената теория на Ойлер-Бернули, табл. 1.

Табл. 1 Модул на еластичност на изследваните образци

Образец	316L	316L 450	316L 510
E, GPa нанотестер	200.9±4	288±4	292±7
E, GPa Ойлер -Бернули	199.07	207.38	200.75

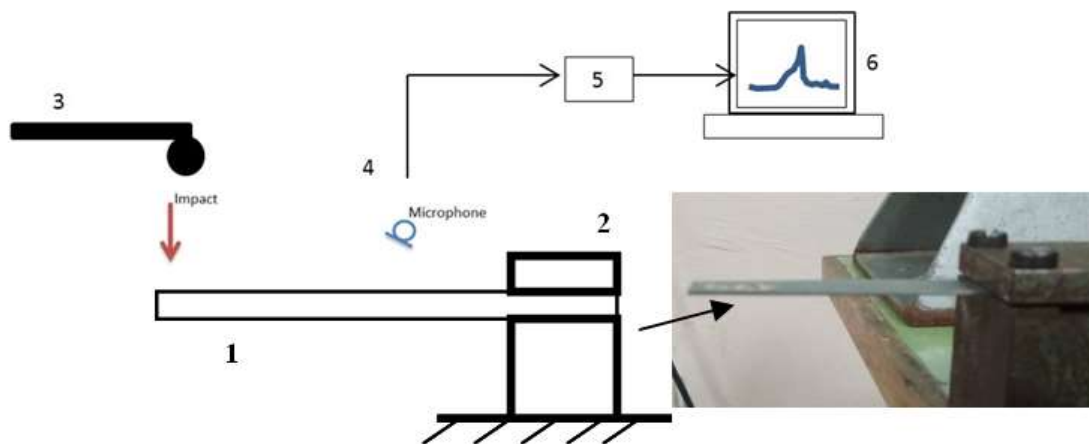
В цитираната публикация [1] обяснение за получените резултати е потърсено в структурата на модифицирания слой. Полученият модифициран слой при нискотемпературното азотиране (S-фаза) представлява ново структурно състояние с високи остатъчни напрежения и рязка граница с основния материал, съответно образецът може да се моделира като композит тип „сандвич“, докато слоят получен при 510°C, въпреки високата си твърдост, представлява нитридни отделяния в аустенитна матрица.

Целта на настоящата публикация е да се преоцени хипотезата за нарастването на модула на еластичност след нискотемпературното газово азотиране на тънки пластинки, като се разшири изследването и се включат и по-високите собствени честоти.

## 2. Изследователски методики и резултати

### 2.1 Методика на експеримента

Образците се запъват в единия край, фиг. 2. Чрез лек отсечен удар се възбудят свободни затихващи напречни трептения, които се записват с микрофон. Сигналят от микрофона се дигитализира и се преобразува в амплитудно-честотен спектър, от който се отчитат съответните собствени честоти.



Фиг. 2 Схема на опитната постановка

1 – образец; 2 – опора; 3 – импулсен чука;  
4 – кондензаторен микрофон; 5 – АЦП; 6 – компютър.

Модулът на еластичност се определя по изведената в [2,3,4] универсална честотна зависимост (1):

$$\omega_n = \frac{c}{r} \cdot \frac{z}{\sqrt{1 + (1 + 2\kappa(1 + \nu))z}} \cdot \lambda \quad (1)$$

където:  $\omega_n$  кръгова собствена честота rad/s,  $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$  е скоростта на разпространение на еластичната вълна в гредата,  $E$  – модул на еластичност, Pa,  $\rho$  – масова плътност, kg/m<sup>3</sup>,  $\nu$  – коефициент на Поасон,  $r$  – инерционен радиус на сечението, m,  $\kappa$  – коефициент отчитащ неравномерното разпределение на тангенциалните напрежения по височина на сечението ( $\kappa=6/5$  за правоъгълно сечение),  $Z$  е безразмерен параметър:

$$z = \left(\frac{\pi}{s}\right)^2 \quad (2)$$

Във формулата за  $Z$  е използван друг безразмерен параметър  $S$ , който отчита размерите на гредата, граничните условия и номера на собствената честота:

$$s = \frac{L}{n_c r} \quad (3)$$

където освен общоприетото означение за дължината на гредата  $L$  е въведено и т. нар. честотно-корелиращо число  $n_c$ . Това число има различна стойност за различните гранични условия и номер на собствената честота [2]. За запъната греда честотно корелиращите числа са както следва: 0.5996864, 1.494176, 2.500247, 3.5, 4.5, и т.н. Стойностите за по-високите честоти могат да се пресметнат със зависимостта  $n_c = n - 0.5$ . Множителят  $\lambda$  във формулата (1), представлява корекционен коефициент във функция от размерите на образца и коефициента на Поасон, увеличаващ точността на получената универсална зависимост при по-високите честоти. Начинът за получаване на този коефициент е даден в [4].

Вижда се, че, за да се пресметне стойността на модула  $E$  по формулата (1), е необходимо предварително познаване на коефициента на Поасон. Ако няма данни за коефициента на Поасон и разполагаме с дълги образци  $L/h > 50$ , то влиянието на инерционните и срязващите сили може да се пренебрегне и модулът на еластичност да се пресметне по опростената честотна зависимост, съгласно теорията на Ойлер-Бернули.

$$\omega_n = \frac{c}{r} \cdot z \quad (4)$$

При едновременното пресмятане на модула  $E$  и коефициента на Поасон е необходимо експериментално определяне на колкото се може повече собствени честоти на собствени напречни трептения на образци и използване на оптимизационна процедура, която да минимизира квадратичната грешка между експериментално получените и пресметнатите по зависимост (1) собствени честоти. Методиката е представена в [5].

## 2.2 Резултати и дискусия

Експериментът е проведен с два от образците от предишното изследване [1], изработени от основен материал 316L и нискотемпературно азотиран материал 316L\_450. Третият образец не може да бъде използван, тъй като е кородирал. Размерите и плътността на образците са дадени в табл. 2.

**Табл. 2** Плътност и размери на изследваните образци

Образец	b, mm	h, mm	L, mm	$\rho$ , kg/m <sup>3</sup>
316L	15.45	1.22	111.4	7982.2
316L_450	15.32	1.22	67.55	7992.6

В резултат от проведения експеримент са определени първите 5 честоти за образца 316L и първите 6 за образца 316L\_450. Пресметнат е и модулът на еластичност  $E_b$  за всяка от честотите по опростената формула на Ойлер-Бернули (4), табл. 3. Вижда се, че получените стойности на модула  $E_b$  не следват очакваната логика да се увеличават с увеличаване на номера на собствената честота. Най-високи стойности се регистрират за 2-ра и 3-та честота, докато най-ниски са за първата и последната измерена честота. Това показва, че експериментално определените собствени честоти имат значително разсейване, което най-вероятно се дължи на малката дебелина на образца, т.е малки отклонения от идеалната форма на образца могат да доведат до отклонение на експериментално определените от теоретично пресметнатите честоти.

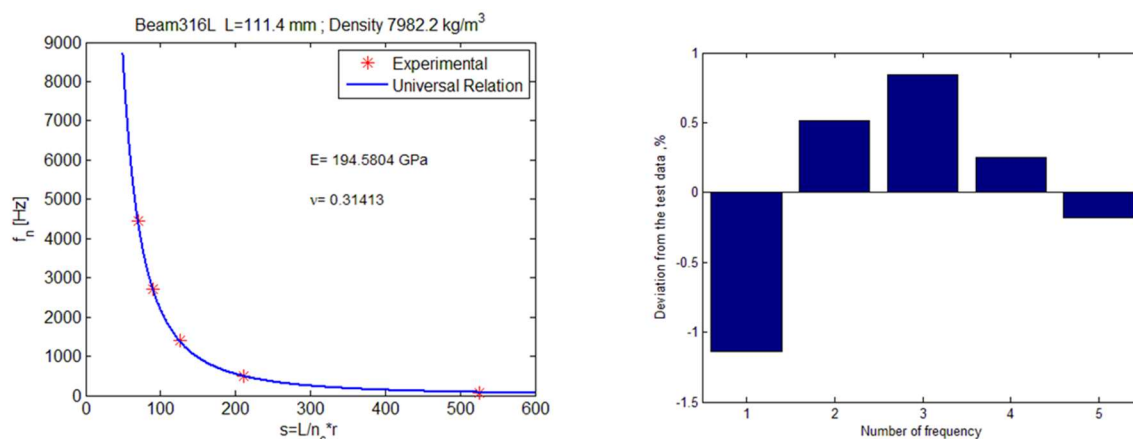
**Табл. 3** Експериментално определени собствени честоти  $f_n$  и получените от опростената зависимост (4) модули на еластичност  $E_b$  за изследваните образци

Образец	$f1$ , Hz $E_b$ , GPa	$f2$ , Hz $E_b$ , GPa	$f3$ , Hz $E_b$ , GPa	$f4$ , Hz $E_b$ , GPa	$f5$ , Hz $E_b$ , GPa	$f6$ , Hz $E_b$ , GPa
316L	77.571 190.2	483.53 196.4	1364.4 197.4	2658.5 194.6	4398.1 192.3	-
316L_450	216.36 195.5	1357.5 199.7	3791.5 198.7	7396.5 196.9	12180 195.4	18057 192.5

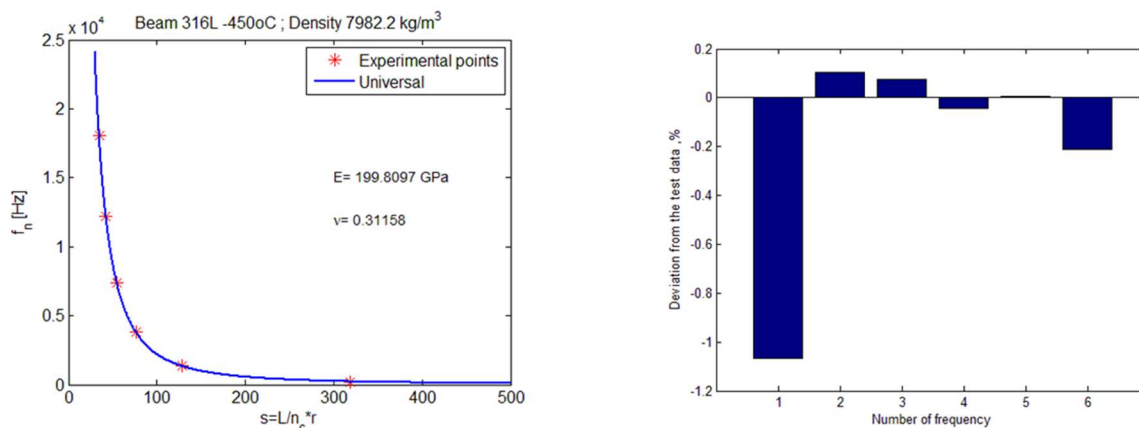
Резултатите показват, че за прецизното определяне на модула на еластичност  $E$  не е достатъчно измерване само на фундаменталната честота. Поради това е направено ново пресмятане на  $E$  и  $\nu$  с използването на оптимизационна процедура, при която се цели да се минимизира квадратичната грешка между теоретичната крива по зависимост (1) и експерименталните резултати, фиг. 3 и 4. Получените обобщени резултати за модула  $E$  и коефициента на Поасон са представени в табл. 4.

**Табл. 4** Резултати за модул  $E$  и коефициент на Поасон от пресмятането по всички измерени собствени честоти

Образец	$E$ , GPa	$\nu$
316L	194.6	0.314
361L_450	199.8	0.312



**Фиг. 3** Резултати от оптимизационна процедура по всички измерени честоти:  
 ляво – графика на универсалната зависимост спрямо експерименталните данни;  
 дясно – процентно отклонение между изчислените и експериментални стойности на честотите.



**Фиг. 4** Резултати от оптимизационна процедура по всички измерени честоти:  
 ляво – графика на универсалната зависимост спрямо експерименталните данни;  
 дясно – процентно отклонение между изчислените и експериментални стойности на честотите.

Вижда се (фиг. 3 и 4 дясно), че при така получените еластични константи най-високо отклонение от теоретично пресметнатата стойност има първата собствена честота. Причините за това отклонение засега не са изследвани изцяло. Това ще бъде направено в последващи публикации.

### 3. Заключение

Настоящата преоценка потвърждава хипотезата за нарастване на модула на еластичност на тънки пластини от аустенитна стомана 316L след нискотемпературно азотиране вследствие на полученото ново фазово състояние в модифицирания слой.

Получените резултати за модула на еластичност на двата изследвани образеца дават приблизително една и съща процентна разлика, но стойностите на модулите им са по-ниски от получените в предишното изследване с около 2-3%.

При използваната методика с включването и на по-високите собствени честоти е възможно едновременно определяне на модула на еластичност и коефициента на Поасон за тънки образци, въпреки разсейването на експерименталните резултати. Предишната методика не позволяваше изчисляването на коефициента на Поасон, като модула на еластичност също не е много достоверен.

## Благодарности

Изследването е част от проект НП15/2018 финансиран от ТУ-Варна в рамките на присъщата му научно-изследователска дейност.

## Литература

1. Димитров Ж., Д. Димитров, Р. Русев, Ст. Стефанов, М. Йорданов. Определяне модула на еластичност на нискотемпературно азотирани тънки пластини от аустенитна стомана 316L. Сборник доклади на Втора национална конференция с международно участие Металознание, нови материали, хидро- и аеродинамика 2012, 31.05-01.06.2012, София, (доклад 1-21), ISSN 1313-8308.
2. Chirikov V.A., K. Ozaki. Experimental Formula for Transverse Vibrations of Stubby Free-Free Beams. International Conference "Tehnonav 2004", Constantza, Romania, 2004, pp. 25-28 ISSN-1223-7221.
3. Chirikov V.A., D.M. Dimitrov, K.P. Kostov. Universal Experimental Relation for Natural Frequencies of Transverse Vibration of Stubby Free-Free Beams. In: Diagnostics, Resource and Mechanics of Materials and Structures. Open access journal RAS. Issue 4, 2015, pp. 42-54, ISSN 2410-9908.
4. Chirikov, V.A. Approximate Solutions of Timoshenko's Differential Equation for the Free Transverse Vibration of Stubby Beams. Springer Int. Pub. AG 2018, Proc. of the 2nd Int. Sci. Conf. ПТИ'17, Varna, Bulgaria, 2018, pp.210-219, DOI 10.1007/978-3-319-68324-9
5. Димитров Д.М., В.А. Чириков. Определяне на еластичните константи на материалите чрез импулсно резонансен метод. Сборник доклади Дни на БК 2017, 2017, стр.262-266, ISSN 1310-3946.